Test finale Modulo 1

Linguaggio matematico di base e competenze

Compito **A**

---

1) Il 25% di 16^{20} vale

- ☐ *a)* 16^{19};
- ☐ *b)* 4^{39};
- ☐ *c)* 4^{20};
- ☐ *d)* 16^5.

2) È dato il triangolo acutangolo ABC. Siano AH l'altezza del triangolo ABC relativa alla base BC e HE l'altezza del triangolo ABH relativa alla base AB. Allora l'angolo $A\widehat{H}E$

- ☐ *a)* è uguale all'angolo $B\widehat{A}C$;
- ☐ *b)* è uguale all'angolo $A\widehat{B}C$;
- ☐ *c)* è uguale all'angolo $A\widehat{C}B$;
- ☐ *d)* non può essere uguale a nessuno dei tre angoli interni al triangolo ABC.

3) Siano a e b due numeri reali tali che

$$0 < a < b < 1.$$

allora è sempre verificato

- ☐ *a)* $a^2 \geq \frac{1}{\sqrt{b}}$;
- ☐ *b)* $\frac{1}{ab} < 1$;
- ☐ *c)* $a^2 < \frac{b}{a}$;
- ☐ *d)* $\frac{1}{a^2} < b$.

4) Due grandezze positive V e r sono legate dalla relazione

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r$$

essendo λ e ϵ_0 due parametri positivi.

Allora

- ☐ *a)* $r = \mathrm{e}^{-\frac{\lambda V}{2\pi\epsilon_0}}$;
- ☐ *b)* $r = \mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 V}}$;
- ☐ *c)* $r = \mathrm{e}^{-\frac{V}{2\pi\epsilon_0 \lambda}}$;
- ☐ *d)* $r = \mathrm{e}^{-\frac{2\pi\epsilon_0 V}{\lambda}}$.

5) Quale tra le seguenti equazioni ha almeno una soluzione reale?

- ☐ *a)* $x^4 + 5x^2 + 1 = 0$;
- ☐ *b)* $\dfrac{\operatorname{sen} x - 90}{x^2 - 4} = 0$;
- ☐ *c)* $x^4 = -4^x$;
- ☐ *d)* $(x^2 + 1) = 4^x$.

6) Se $P(x)$ è un polinomio di quarto grado avente come divisore il polinomio $D(x) = 1 - x^3$ allora l'equazione

$$P(x) = 0$$

- ☐ *a)* ha quattro soluzioni reali ;
- ☐ *b)* ha una sola soluzione intera ;
- ☐ *c)* ha sempre due soluzioni intere ;
- ☐ *d)* ha solo due soluzioni reali.

7) Delle seguenti coppie di disequazioni solo una è costituita da disequazioni equivalenti. Quale?

☐ *a)* $x > 1$ e $\frac{1}{x} < 1$;

☐ *b)* $x + 1 < 0$ e $\frac{x+1}{x^2+1} < 0$;

☐ *c)* $x > 1$ e $x^2 > 1$;

☐ *d)* $1 - 4x < -x^2$ e $4x - 1 < x^2$.

8) La disequazione

$$\frac{1 + |x^2 - x|}{x(x^3 - 1)} > 0$$

è verificata

☐ *a)* per ogni $x \neq 0$ e $x \neq 1$;

☐ *b)* per ogni x reale ;

☐ *c)* per ogni $x < 0$ o $x > 1$;

☐ *d)* per ogni $0 < x < 1$.

9) La disequazione

$$2 + \sqrt{x} \geq -x$$

è verificata

☐ *a)* per ogni x reale;

☐ *b)* per ogni $x \geq 0$;

☐ *c)* per ogni $x \geq 1$;

☐ *d)* per ogni $x > 0$.

10) Un triangolo rettangolo isoscele ha area 2 cm^2. Allora la sua ipotenusa è uguale a

☐ *a)* $\sqrt{2}$ cm ;

☐ *b)* $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm;

☐ *c)* 2 cm;

☐ *d)* $2\sqrt{2}$ cm.

11) La disequazione

$$\cos^2 x + \operatorname{sen} x \geq 2$$

è verificata

☐ *a)* per qualche x reale tale che $2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ o $\pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$;

☐ *b)* per qualche x reale tale che $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x \leq \pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$;

☐ *c)* per qualche x reale tale che $\frac{3}{2}\pi + 2k\pi \leq x \leq 2\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$;

☐ *d)* per nessun valore reale x.

12) L'intensità I di un suono si misura in decibel (dB) e si può calcolare mediante la formula

$$I = 20 \log_{10} \frac{p}{p_0}$$

dove p indica la variazione di pressione dell'aria causata dal suono e p_0 indica la più piccola variazione di pressione percepibile dall'orecchio umano.

Vengono emessi due suoni, il primo di intensità 7dB e il secondo di intensità 57dB. Allora la pressione dell'aria esercitata dal secondo suono è

☐ *a)* circa 300 volte la pressione esercitata dal primo suono;

☐ *b)* circa 50 volte la pressione esercitata dal primo suono;

☐ *c)* circa 500 volte la pressione esercitata dal primo suono;

☐ *d)* circa 100 volte la pressione esercitata dal primo suono.

13) Il numero $9^{12} - 9^9$ è divisibile per

- ☐ *a)* 5;
- ☐ *b)* 6;
- ☐ *c)* 17;
- ☐ *d)* 11.

14) Un serbatoio viene riempito d'acqua mediante dei rubinetti di diversa portata: il primo ha una portata di 10 l/min (litri al minuto), il secondo di 30 l/min, il terzo di 60 l/min e il quarto di 20 l/min.
Viene aperto il primo rubinetto e si riempie il serbatoio fino a un quarto del suo volume. Dopo aver chiuso il primo rubinetto si apre il secondo e si riempie il serbatoio fino a metà del suo volume. Dopo aver chiuso il secondo rubinetto si apre il terzo e si riempie il serbatoio fino a tre quarti del suo volume. Infine, dopo aver chiuso il terzo rubinetto si apre il quarto e si riempie completamente il serbatoio.
Si vogliono sostituire i quattro rubinetti con un unico rubinetto che riempia il serbatoio nello stesso tempo impiegato dai quattro insieme.
Quale dovrebbe essere la portata (in l/min) del nuovo rubinetto ?

- ☐ *a)* 20 l/min;
- ☐ *b)* 30 l/min;
- ☐ *c)* 50 l/min;
- ☐ *d)* 45 l/min.

15) Quale tra i seguenti punti appartiene all'asse del segmento di estremi $P = (0, 6)$ e $Q = (8, 0)$?

- ☐ *a)* $(\frac{7}{2}, 3)$;
- ☐ *b)* $(0, 0)$;
- ☐ *c)* $(4, \frac{5}{2})$;
- ☐ *d)* $(1, -1)$.

16) Siano dati i punti $O = (0, 0)$, $A = (2, 1)$ e $C = (1, 4)$. Se il quadrilatero $OABC$ è un parallelogramma allora

- ☐ *a)* $B = (3, \frac{9}{2})$;
- ☐ *b)* $B = (5, 3)$;
- ☐ *c)* $B = (3, 5)$;
- ☐ *d)* nessuna delle precedenti risposte è corretta.

17) Una figura è costituita da due circonferenze tangenti esternamente di raggi $R_1 = 8$ cm e $R_2 = 40$ cm, rispettivamente. Se aumento il raggio R_1 del 10% di quanto devo diminuire R_2 affinché il perimetro della figura rimanga costante?

- ☐ *a)* del 10% ;
- ☐ *b)* del 20% ;
- ☐ *c)* del 2% ;
- ☐ *d)* del 90% .

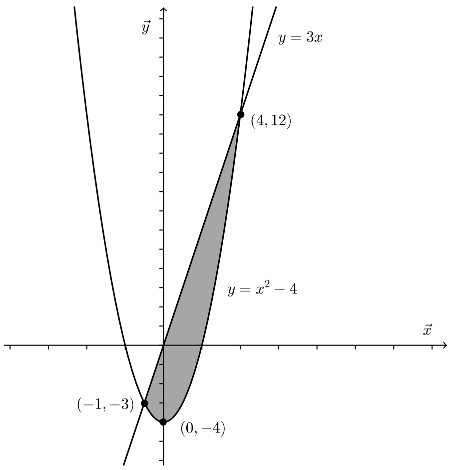
18) Si definisce *media armonica* di n numeri reali positivi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ il numero

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}}.$$

Siano dati i numeri 1, 2, 3 e 6. Determinare un quinto numero in modo che la media armonica dei cinque numeri sia uguale alla media armonica dei primi quattro numeri.

- ☐ *a)* 1;
- ☐ *b)* $\frac{1}{2}$;
- ☐ *c)* 4;
- ☐ *d)* 2.

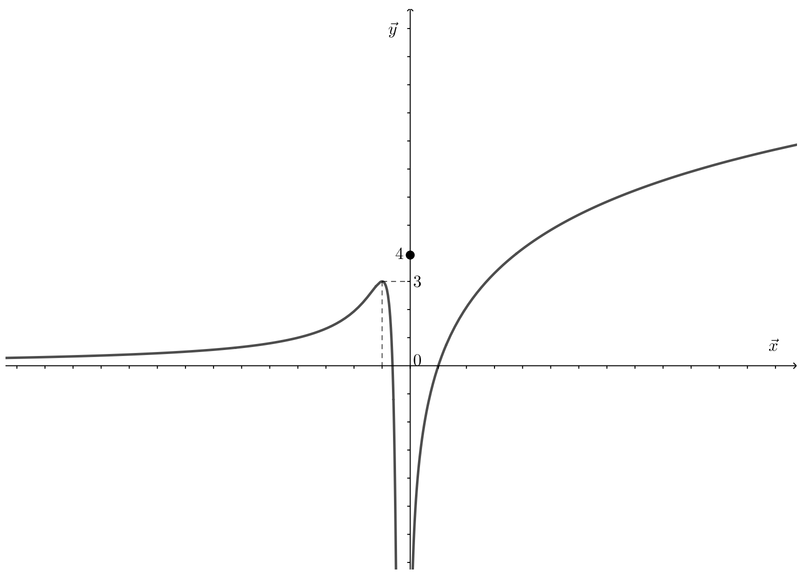
19) La regione grigia indicata in figura



è l'insieme formato dai punti del piano di coordinate (x, y) tali che

☐ *a)* $-1 \le x \le 4$ e $-4 \le y \le 12$;
☐ *b)* $-1 \le x \le 4$ e $y \le 3x$;
☐ *c)* $-1 \le x \le 4$ e $x^2 - 4 \le y \le 3x$;
☐ *d)* $-1 \le x \le 4$ e $y \ge x^2 - 4$.

20) In figura è rappresentato il grafico di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.



Per quali valori del parametro reale k l'equazione

$$f(x) = k$$

ha tre soluzioni reali e distinte?

☐ *a)* solo per $k = 0$;
☐ *b)* per $k < 3$;
☐ *c)* per $0 < k < 3$;
☐ *d)* per ogni valore di k .

COGNOME e NOME: ....

ISTITUTO:..

Modulo 2

Comprendere una definizione

In questo modulo si pone una definizione e si chiede di portare esempi di oggetti che la verificano e esempi di oggetti che non la verificano.

Definizione 1. *Dati due numeri reali* a *e* b *si chiama* **prodotto stella** *di* a *per* b *e si indica con il simbolo* $\mathbf{a \star b}$ *il numero* $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{2}}$.

Quindi, d'ora in poi

$$\mathbf{a \star b} = (\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{2}} \qquad \textit{per ogni } a, b \in \mathbb{R}.$$

Calcolare i seguenti prodotti stella

(1) $3 \star 2 =$ ....

(2) $3 \star (-2) =$ ....

(3) $1 \star 1 =$ ....

(4) $1 \star 0 =$ ....

(5) $(1 \star 2) \star 3 =$ ....

(6) $1 \star (2 \star 3) =$ ....

Definizione 2. *Se*

$$a \star b = b \star a \qquad \textit{per ogni } a, b \in \mathbb{R}$$

diremo che il prodotto stella è commutativo*.*

Definizione 3. *Se*

$$a \star (b \star c) = (a \star b) \star c \qquad \textit{per ogni } a, b, c \in \mathbb{R}$$

diremo che il prodotto stella è associativo*.*

(3) Completare la seguente definizione:

Il prodotto stella è *non associativo* se ....

....

(4) Stabilire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- il prodotto stella è commutativo $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

  Perché ....

- il prodotto stella è associativo $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

  Perché ....

- $a \star b \geq 0$ per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

  Perché ....

- $a \star b = 0$ se e solo se $a = 0$ oppure $b = 0$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

  Perché ....

- Esiste un numero reale e tale che $e \star b = b$ per ogni $b \in \mathbb{R}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

  Perché ....