MODULO 1(*LINGUAGGIO MATEMATICO DI BASE E COMPETENZE LOGICO-MATEMATICHE*)

1) L'espressione

$$-\frac{\frac{2}{9}}{3^{-2}}$$

è uguale a

☐ *a)* 2;

☐ *b)* $\frac{2}{81}$;

☐ *c)* $-\frac{2}{81}$;

☐ *d)* -2.

2) L'equazione

$$(x^2+4)(x^2-8)=0$$

☐ *a)*ha due soluzioni irrazionali e due soluzioni intere;

☐ *b)* ha quattro soluzioni razionali;

☐ *c)* non ha soluzioni razionali;

☐ *d)* ha solo due soluzioni razionali.

3) Il polinomio $a^3b^3-3ab+2$ si fattorizza in

☐ *a)* $(ab-2)(a^2b^2-1)$;

☐ *b)* $ab(ab-2)(ab+1)$;

☐ *c)* $ab(ab+2)(ab-1)$;

☐ *d)* $(ab+2)(ab-1)^2$.

4) L'espressione $\log_3 45 - \log_3 15$ è uguale a

☐ *a)* $\log_3 30$;

☐ *b)* 1;

☐ *c)* $\frac{\log_3 45}{\log_3 15}$;

☐ *d)* nessuna delle precedenti risposte è corretta.

5) La disequazione

$$\frac{1}{x-1}<\frac{1}{(x-1)^2}$$

è verificata

☐ *a)* solo dai numeri reali x tali che $0<x<2$;

☐ *b)* solo dai numeri reali x tali che $1<x<2$;

☐ *c)* solo dai numeri reali x tali che $x<2$, $x\neq 1$;

☐ *d)* solo dai numeri reali x tali che $0<x<2$, $x\neq 1$.

6) Aumentando il lato di un quadrato Q del 20% l'area aumenta

☐ *a)* 20%;

☐ *b)* 40%;

☐ *c)* 44%;

☐ *d)* 80%.

7) La disequazione

$$\frac{1}{\sin^2 x} \geq 1$$

è verificata

☐ *a)* per ogni valore di x;

☐ *b)* solo per $x = \pi/2 + 2k\pi$, k intero;

☐ *c)* per ogni $x \neq 2k\pi$, k intero;

☐ *d)* per ogni $x \neq k\pi$, k intero.

8) La disequazione $\log_{x+1} \frac{1}{2} < 0$ è verificata

☐ *a)* per ogni numero reale x;

☐ *b)* per ogni numero reale $x < 0$;

☐ *c)* per ogni numero reale $x > -1$;

☐ *d)* per ogni numero reale x tale che $x > 0$.

9) La disequazione

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}+1} > 0$$

è verificata

☐ *a)* per ogni numero reale x;

☐ *b)* per ogni numero reale x tale che $-1 \leq x \leq 1$;

☐ *c)* per ogni numero reale x tale che $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$;

☐ *d)* per nessun numero reale x.

10) Date le due disequazioni

$$x^5 < 32 \quad \text{e} \quad |x| < 2,$$

è vero che

☐ *a)* le due disequazioni sono equivalenti;

☐ *b)* le due disequazioni sono verificate contemporaneamente solo se $0 < x < 2$;

☐ *c)* la prima è verificata da tutti i numeri reali x tali che $x < 2$, la seconda da tutti i numeri reali x tali che $x < -2$ o $x > 2$;

☐ *d)* la prima è verificata da tutti i numeri reali x tali che $x < 2$, mentre la seconda è equivalente a $x^2 < 4$.

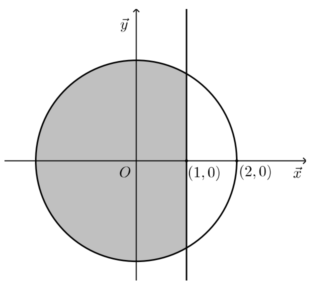
11) La regione grigia indicata in figura è l'insieme formato dai punti del piano di coordinate (x, y) tali che

☐ *a)* $x^2 + y^2 = 4$ e $x = 1$;

☐ *b)* $x^2 + y^2 \leq 4$ e $x \leq 1$;

☐ *c)* $x^2 - y^2 \leq 4$ e $x \leq 1$;

☐ *d)* $x^2 + y^2 \geq 4$ e $x \leq 1$.



12) Sia $f(x) = \log_3 x$, $\forall x > 0$. Allora $f(3x) - f(9x)$ è uguale a

☐ *a)* $-f(6x)$;

☐ *b)* -1;

☐ *c)* $-6x$;

☐ *d)* $\frac{\log_3(9x)}{\log_3(3x)}$.

13) Quale tra le seguenti rette non è perpendicolare alla retta di equazione $2x + y + 1 = 0$?

☐ *a)* $2y = x + 3$;

☐ *b)* $x - 2y = 0$;

☐ *c)* $-x + 2y + 1 = 0$;

☐ *d)* $3x + 6y = 0$.

14) Il sistema

$$\begin{cases} 9x + 3y = 3 \\ 3\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = \sqrt{3} \end{cases}$$

☐ *a)* $(0, 1)$ è l'unica soluzione;

☐ *b)* $(1, -2)$ è l'unica soluzione;

☐ *c)* è indeterminato;

☐ *d)* non ha soluzioni.

15) Due grandezze x e y sono tali che 2^x e 2^y sono direttamente proporzionali e $y = 8$ quando $x = 10$. Se $x = 4$ allora y è uguale a

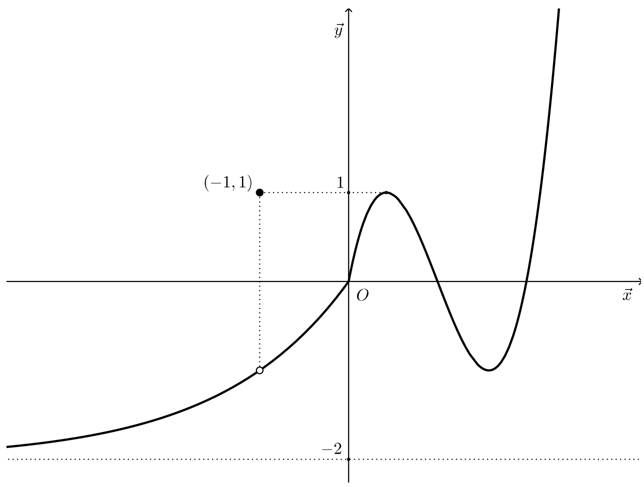
☐ *a)* $\frac{32}{10}$;

☐ *b)* 2;

☐ *c)* 16;

☐ *d)* 20.

16) Sia $f(x)$ la funzione che ha il grafico indicato in figura



Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

☐ *a)* esiste un numero reale positivo a tale che $-2 \leq f(x) \leq 1$ per ogni $x \leq a$;

☐ *b)* esiste un numero positivo a tale che $f(x) \geq 1$ per ogni $x \geq a$;

☐ *c)* $f(x) \geq -2$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;

☐ *d)* $f(x) \leq 0$ per ogni $x \leq 0$.

17) Una corona circolare ha raggio interno r e raggio esterno R. Se l'area del cerchio di raggio maggiore è il quadruplo dell'area della corona circolare, allora

☐ *a)* $4r = R$;

☐ *b)* $R = 2r$;

☐ *c)* $3R = 4r$;

☐ *d)* $r = \frac{\sqrt{3}}{2}R$.

18) Dato il triangolo scaleno ABC sia M il punto medio del lato BC. Allora i triangoli ABM e ACM hanno

☐ *a)* la stessa area e lo stesso perimetro;

☐ *b)* la stessa area e perimetro diverso;

☐ *c)* stesso perimetro e area diversa;

☐ *d)* area diversa e perimetro diverso.

19) L'intersezione di due insiemi ha almeno 7 elementi. Se ognuno dei due insiemi ha 12 elementi, quanti elementi ha la loro unione?

☐ *a)* almeno 17 elementi;

☐ *b)* almeno 19 elementi;

☐ *c)* esattamente 19 elementi;

☐ *d)* al più 17 elementi.

20) Tre orologi suonano uno ogni 4 ore uno, ogni 12 ore e uno ogni 5 ore. Se oggi è lunedì e suonano alle 18 in quale giorno e ora suoneranno di nuovo contemporaneamente?

☐ *a)* alle 6 del mattino di giovedì;

☐ *b)* alle 6 del pomeriggio di giovedì;

☐ *c)* a mezzogiorno di mercoledì;

☐ *d)* a mezzanotte di mercoledì.

COGNOME e NOME: ....

ISTITUTO:..

MODULO 2 (*COMPRENDERE, DIMOSTRARE, CORREGGERE*)

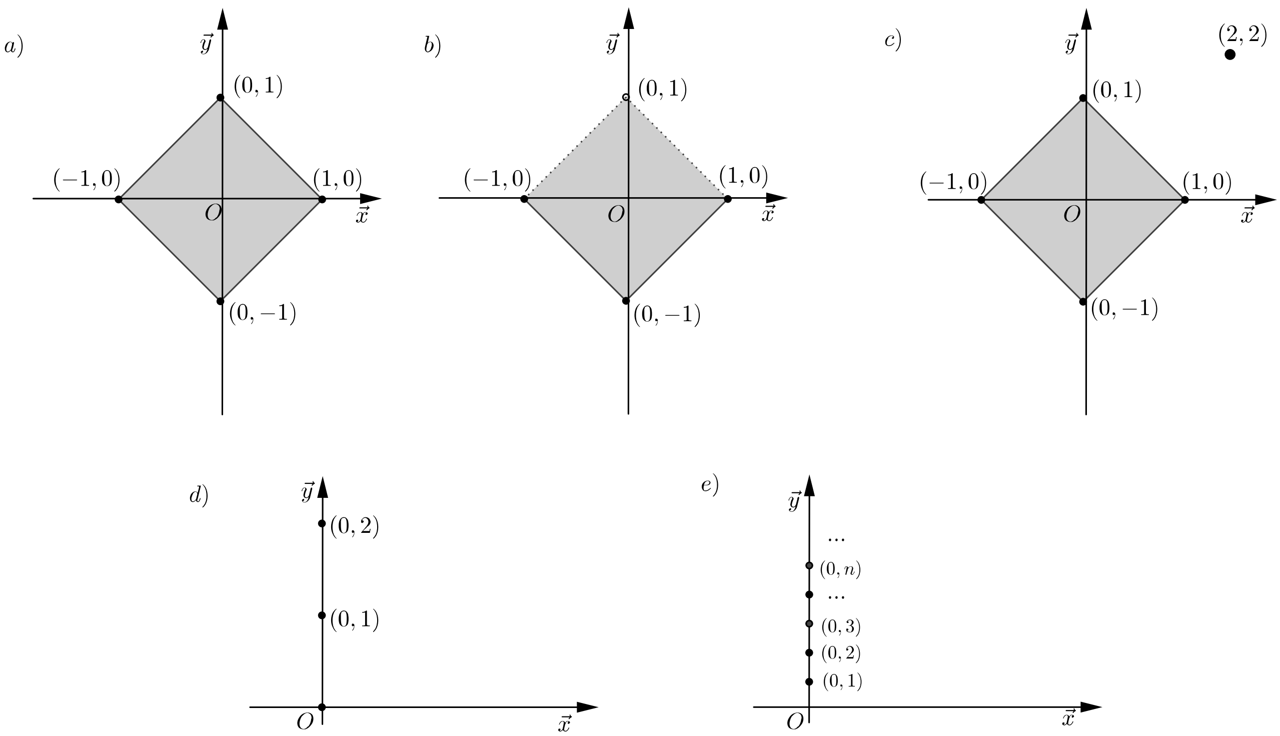
1. Comprendere una definizione

In questa sezione si pone una definizione e si chiede di portare esempi di oggetti che la verificano e esempi di oggetti che non la verificano.

Definizione 1. *Siano P_0 un punto del piano e r un numero reale positivo. Si chiama* cerchio aperto *di centro P_0 e raggio r l'insieme formato dai punti del piano che hanno distanza da P_0 minore di r.*

Definizione 2. *Sia X un sottoinsieme non vuoto del piano. Un punto P_0 del piano si dice* punto di accumulazione per X *se ogni cerchio aperto di centro P_0 contiene almeno un punto di X distinto da P_0.*

(1) Per ciascuno degli insiemi indicati in figura, determinare l'insieme formato dai punti di accumulazione.



(2) Stabilire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- Se P_0 è un punto di accumulazione di X allora $P_0 \in X$ ☐

- se $P_0 \notin X$ allora P_0 non è un punto di accumulazione di X ☐

- se un insieme è finito non ha punti di accumulazione ☐

- tutti gli insiemi infiniti sono dotati di punti di accumulazione ☐ .

2. DIMOSTRARE UN TEOREMA

Dimostrare i seguenti fatti :

Teorema 1. *In un triangolo ogni angolo esterno è uguale alla somma degli angoli interni ad esso non adiacenti.*

Teorema 2. *La somma degli angoli esterni di un triangolo è uguale ad un angolo giro.*

Stabilire, motivando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(1) In un triangolo ogni angolo esterno è minore di ognuno degli angoli interni ad esso non adiacenti. ☐

Motiva la risposta data

(2) In un triangolo ogni angolo esterno è maggiore dell'angolo interno ad esso adiacente. ☐

Motiva la risposta data

(3) Un triangolo isoscele ha un angolo di 120^o. Allora gli angoli esterni ad esso non adiacenti misurano

☐ *a)* entrambi 30^o;

☐ *b)* uno 30^o, l'altro 150^o;

☐ *c)* entrambi 150^o.

Motiva la risposta data

(4) Sia T un triangolo.

La condizione:

$$T \text{ due angoli esterni (con vertici diversi) congruenti}$$

è sufficiente affinchè

$$T \text{ sia un triangolo isoscele .}$$ ☐

Motiva la risposta data

3. Correggere un ragionamento sbagliato

(1) È noto che se a e b sono numeri reali vale l'implicazione

$$a < b \quad \Rightarrow \quad a^3 > b^3.$$

Di seguito si propone una dimostrazione che contiene un errore. Individualo e proponi una dimostrazione corretta.
Dimostrazione.
Poiché

$$a < b, \tag{1}$$

moltiplicando ambo i membri per a^2 si ottiene

$$a^3 \geq a^2 b \tag{2}$$

e l'uguaglianza vale se e solo se $a = 0$. Analogamente, moltiplicando ambo i membri di (1) per ab si ottiene

$$a^2 b \geq ab^2 \tag{3}$$

e l'uguaglianza vale se e solo se $a = 0$ o $b = 0$. Infine, moltiplicando ambo i membri di (1) per b^2 si ottiene

$$ab^2 \geq b^3 \tag{4}$$

e l'uguaglianza vale se e solo se $b = 0$.
Si ha quindi la seguente catena di disuguaglianze

$$a^3 \geq a^2 b \geq ab^2 \geq b^3$$

e poiché i numeri a e b non possono essere entrambi nulli perché $a > b$, almeno una delle precedenti disuguaglianze è verificata con il segno $>$. Pertanto

$$a^3 > b^3.$$

(2) Il seguente ragionamento

Se è falso che

nessun miope porta gli occhiali

allora è vero che

tutti i miopi portano gli occhiali.

contiene un errore logico.
Individualo e scrivi il ragionamento corretto.