Corso di Laurea in Matematica - a.a. 2018-19
Test finale del CORSO ZERO
10-10-2018

NOME .... COGNOME .... DEBITO sì ☐ no ☐

(1) Le soluzioni della disequazione $\log_{\frac{1}{4}}(2x-1) > -\frac{1}{2}$ sono:

a) $x > \frac{3}{2}$
b) $0 < x < \frac{3}{2}$
c) $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$
d) $x > \frac{1}{2}$

(2) L'insieme delle soluzioni della disequazione $3^{\sqrt{|x|-4}} \geq 0$ è il seguente:

a) $]-\infty, -4] \cup [4, +\infty[$
b) $]-\infty, -5] \cup [5, +\infty[$
c) $[-5, -4] \cup [4, 5]$
d) $]-\infty, +\infty[$

(3) Siano a, b due numeri reali positivi tali che

$$\begin{cases} \frac{a-b}{b+1} = 2 \\ 3^{a-2} = (\sqrt{3})^{b+1} \end{cases}$$

Quanto vale la somma $a + b$?

a) $\frac{7}{2}$
b) 3
c) $\frac{14}{5}$
d) nessuna delle risposte precedenti è corretta

(4) L'insieme delle soluzioni della disequazione $\frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{x+1}$ è il seguente:

a) $\emptyset$
b) $\mathbf{R}$
c) $]-1, 3[$
d) $[-1, 3]$

(5) La retta passante per i punti $A(0, 3)$ e $B(-2, 0)$ ha equazione:

a) $3x - 2y - 6 = 0$
b) $3x + y - 3 = 0$
c) $2x + y + 4 = 0$
d) $3x - 2y + 6 = 0$

(6) La distanza del punto $P(-5, -1)$ dalla retta $r : 2x - 3y + 1 = 0$ è:

a) 6
b) $6\sqrt{13}$
c) $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$
d) $\dfrac{6}{13}$

(7) L'area del triangolo di vertici $A(1, 1)$, $B(7, 2)$, $C(2, 6)$ vale:
a) 29
b) $29/2$
c) $2/29$
d) $\sqrt{37}$

(8) L'equazione della circonferenza di centro $C(2, -5)$ e raggio $\varrho = 3$ è:

a) $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 20 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 20 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 4x + 10y - 20 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 20 = 0$

(9) Siano A, B insiemi non vuoti e si indichi con $\mathcal{P}(\_)$ l'insieme delle parti di un insieme dato. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

a) $A \subseteq A \times B$;
b) $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(A \times B)$;
c) per ogni $a \in A$, si ha $\{(a, b) |\ b \in B\} \in \mathcal{P}(A \times B)$;
d) per ogni $(a, b), (a', b') \in A \times B$, $(a, b) \neq (a', b') \quad \Rightarrow \quad a \neq a' \quad \text{e} \quad b \neq b'$.

(10) Sia $h \in \mathbb{N}, h > 0$ e sia $f_h : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$ la seguente legge:

$$f_h(n) = \begin{cases} 2n & \text{se } n \geq 0 \\ -(hn+1) & \text{se } n < 0 \end{cases}$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

a) esiste un h per cui f_h non è una funzione;
b) f_h è una funzione iniettiva per ogni h;
c) f_h è una funzione suriettiva per infiniti valori di h;
d) f_h è una funzione iniettiva per infiniti valori di h.

(11) Siano A e B insiemi non vuoti e sia $f : A \to B$ una funzione non iniettiva; allora:

a) $f^{-1}(f(C)) \subseteq C$ è falsa per ogni $C \subseteq A$;
b) $f^{-1}(f(C)) \subseteq C$ è vera per ogni $C \subseteq A$;
c) esiste $C \subseteq A$ tale che $f^{-1}(f(C)) \subseteq C$ è vera;
d) $f^{-1}(f(C)) \cap C = \emptyset$, per ogni $C \subseteq A$.

(12) Sia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$ la funzione definita da:

$$f(n) = \begin{cases} n & \text{se } n \geq 3 \\ -n+3 & \text{se } n < 3 \end{cases}$$

Allora:

a) esiste $g : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ tale che $f \circ g = Id_{\mathbb{N}}$;
b) f è biunivoca;
c) f non è iniettiva né suriettiva;
d) esiste $h : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ tale che $h \circ f = Id_{\mathbb{Z}}$.