

COGNOME e NOME:

ISTITUTO:

MODULO 2 - COMPRENDERE UN TESTO

Sia A un insieme non vuoto di numeri reali.

Definizione 1. Un numero reale M si chiama massimo di A se si verificano **entrambe** le condizioni

- i) M è un elemento di A ;
- ii) ogni elemento di A è minore o uguale a M

cioé

- i) $M \in A$;
- ii) per ogni elemento $a \in A \Rightarrow a \leq M$.

1 Sia dato l'insieme numerico $A = \{1, 5, 2, -1, 6, 4\}$.

a) 5 non è il massimo di A perché

b) 11 non è il massimo di A perché

c) è il massimo di A perché

2 Siano A un insieme numerico non vuoto e M **un elemento di** A . M non è il massimo di A se (*completare*)

3 Stabilisci se ognuno dei seguenti insiemi è dotato di massimo e, in caso affermativo, determinarlo.

a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

b) $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots\right\}$

4 Sia dato l'insieme numerico $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 5\} \cup \{8\}$.

a) 4 è il massimo di A ? Sì No Spiega perché

b) 5 è il massimo di A ? Sì No Spiega perché

c) A è dotato di massimo? Sì No Spiega perché

5] Dimostra che l'insieme numerico $X = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 5\}$ non ha massimo.

Dimostrazione.

Supponiamo per assurdo che X abbia massimo e sia esso M . Allora M verifica le due proprietà *i)* e *ii)* e cioè

i) $M \dots\dots X$ e quindi $-2 < M < \dots\dots$

ii) M è $\dots\dots$ di ogni elemento $x \in X$.

Indicata con \bar{x} la media aritmetica tra M e 5 , cioè $\bar{x} = \dots\dots$, risulta che

1) $\bar{x} \dots\dots X$ perché $\dots\dots$

2) $\bar{x} \dots\dots M$.

Pertanto 1) e 2) costituiscono un assurdo perché $\dots\dots$

$\dots\dots$

Definizione 2. Un insieme formato da un numero finito di elementi si dice **finito**. Un insieme si dice **infinito** se **non** è finito.

6] Sia p la seguente proposizione

p : "Tutti gli insiemi infiniti non sono dotati di massimo."

a) Quale delle seguenti proposizioni è la **negazione** di p ?

esiste almeno un insieme infinito non dotato di massimo;

ogni insieme infinito è dotato di massimo;

esiste almeno un insieme infinito dotato di massimo;

nessun insieme infinito è dotato di massimo;

tutti gli insiemi finiti sono dotati di massimo.

b) Stabilisci se p è vera o falsa, motivando la risposta.

$\dots\dots$
 $\dots\dots$
 $\dots\dots$