Informatica 21-9-2020
lunedì 21 settembre 2020 14:44

(1) $\boxed{-x^2 > 0}$?

VERA $\quad ax^2+bx+c$

$x^2 < 0$ disequazione

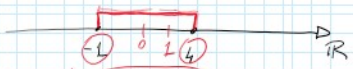
(2) $\boxed{x^2-3x-4<0}$ $\rightarrow$ $\Delta = b^2-4ac = (-3)^2-4(1)(-4) = 9+16 = 25 > 0$

x^2-3x-4 POLINOMIO DI II GRADO

$\boxed{x^2-3x-4=0}$ equazione

Soluzioni

$x_{1,2} = \frac{+3\pm\sqrt{25}}{2(1)} = \begin{cases} \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$



OK!

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 4 \quad \mathbb{R}$

$\boxed{-1<x<4}$

$\boxed{x^2-3x-4<0}$

dove, se prendo un numero (per es. 1) e vado a sostituire al posto della x di x^2-3x-4 renderà tale polinomio <0

$(1)^2-3(1)-4 = 1-3-4 = -6 < 0$

per es. $x = 5$

$(5)^2-3(5)-4 = 25-15-4 = 6 > 0$

1) $x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

è zero SOLO SE $x=0$

2) DEF Una DISEQUAZIONE è la RISPOSTA ad un problema che lega una espressione (algebrica) con il segno di $>$ e/o $<$ in particolare se $P(x)$ è una espressione (algebrica) allora $\boxed{P(x)>0}$ è il problema di trovare TUTTI I NUMERI reali $\bar{x}$ tali che sostituiti al posto della x nell'espressione $P(x)$ rende VERA ("verifica") la DISUGUAGLIANZA NUMERICA

$\boxed{P(\bar{x})>0}$

e $\bar{x}$ si chiama Soluzione della Disequazione

$9x^3-15x^2+7x-1 = (x-1)(3x-1)^2$

$(x-1)(3x-1)(3x-1)=0$

$x-1=0 \rightarrow x=1$

$3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3}$

$3x-1=0$

3) Principio del P.A.P.

Principio Annullamento Prodotto

se $a, b \in \mathbb{R}$ e se $a \cdot b = 0 \Rightarrow a=0$ oppure (ed eventualmente) $b=0$

4) TRASFORMARE SOMME DI MONOMI IN PRODOTTI DI MONOMI

PRODOTTI NOTEVOLI

$x \; y$

$(8,2)$

$5(8)^2(2)^6+5(8)^4-10(8)^3(2)^3 = 0$

$5x^2y^6+5x^4-10x^3y^3$

$= 0$

$5x^2y^6 + 5x^4 - 10x^3y^3$ è un TRINOMIO

$5x^2(y^6 + x^2 - 2xy^3)$ $\quad 5x^2((y^3)^2 + (-x)^2 + 2(y^3)(-x)$

$(-y^3)^2$ oppure $(-x)^2$

(1) $\boxed{a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2}$ QUADRATO DI BINOMIO

$5x^2(y^3 - x)^2 = 0$ $\quad 5x^2 = 0 \to x^2 = 0 \iff x = 0$ $\quad (8, 2)$

$(y^3 - x)^2 = 0 \iff y^3 - x = 0 \to x = y^3$

$x^2 + 4 + 2x = (x)^2 + (2)^2 + 2(x)(2)$

$4x$

Non è un quadrato di binomio!

(2) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ DIFFERENZA DI QUADRATI

$x^6 - 1 = (x^3)^2 - 1^2 = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$ $\quad \sqrt{17}$

$9x^2 - 2 = (3x)^2 - (\sqrt{2})^2 = (3x - \sqrt{2})(3x + \sqrt{2})$

(3) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ DIFFERENZA DI CUBI

(4) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ CUBO DI BINOMIO

$x^3 + 1 + 3x + 3x^2 = (x+1)^3$

1^3

SEGNO DI UN POLINOMIO I $\alpha x + \beta$ $\quad \alpha \neq 0$

II $ax^2 + bx + c$ $\quad a \neq 0$

segno $\alpha x + \beta$

$-3x + 5$

$7x + 14$

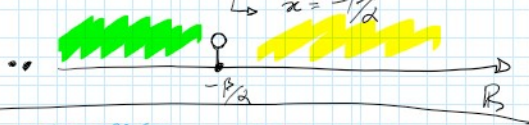
cioè Trovare TUTTI i numeri (ovvero la Regione di numeri) che rendo POSITIVO (NEGATIVO) il polinomio.

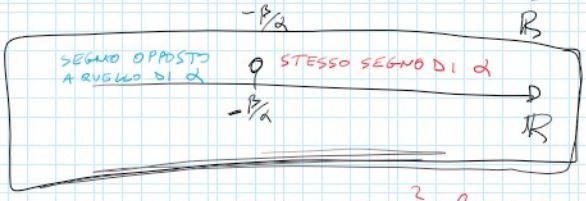
PROCEDURA

- Consideriamo l'equazione associata

$\alpha x + \beta = 0$

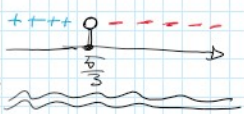
$\to x = -\beta/\alpha$





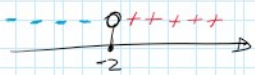
- $-3x + 5 = 0$

$\to x = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$



SEGNO di $7x + 14$

- $7x + 14 = 0 \to x = -\frac{14}{7} = -2$



SEGNO DI $ax^2 + bx + c$ $\quad (a \neq 0)$

PROCEDURA

- $\Delta = b^2 - 4ac$ $\quad < 0$, > 0, $= 0$

$3x^2$;

$-4x^2 + 5$;

$5x^2 + 6$;

$x^2 - 6x$;

$-7x^2 + x - 1$

" b non c'è e quindi non si mette "

" b non c'è e quindi non si mette ", a
c " " "

$\Delta = -4(3) = -12$

$-4(3) \cdot "1"$

$b=0;\ c=0$

$-4(3)\,0 = 0$

$x^2 - 6x;$

$-7x^2 + x - 1$

$(\sqrt{5}-2x)(\sqrt{5}+2x) = -(2x)^2 + (\sqrt{5})^2 = -4x^2+5$

$-4x^2 = (2x)^2 \neq (-2x)^2 = 4x^2$

$\Delta = 1^2 - 4(-7)(-1)$
$= 1 - 28 = -27 < 0$

$3x^2 + 0x + 0 \rightarrow \Delta = 0^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0 = 0$

$x^2 - 6x + 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)0 = 36 - 0 = 36 > 0$

a) $\Delta < 0$

ASSUME LO STESSO SEGNO DI a $\longrightarrow$ ax^2+bx+c

Segno di $-7x^2 + x - 1$

$\Delta = 1 - 4(-7)(-1) = -27 < 0$

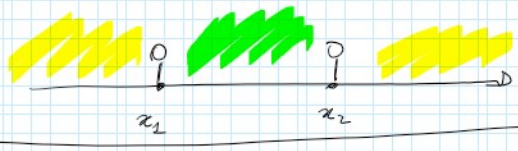
$- - - - - - - - -$ $-7x^2+x-1$

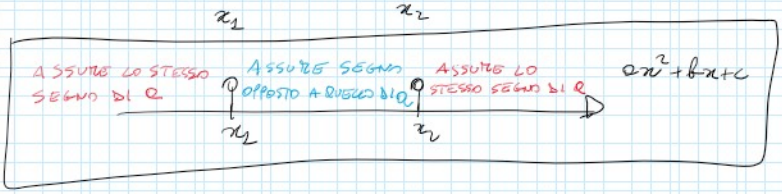
Segno di $5x^2 + 6$

$\Delta = 0^2 - 4(5)(6) = -120 < 0$

$+ + + + + + + + + +$ $5x^2+6$

(b) $\Delta > 0$ → Vuol dire che L'EQUAZIONE ASSOCIATA $ax^2+bx+c=0$ ammette 2 soluzioni $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$





Segno di $-2x^2 + 5x + 3$?

- $\Delta = 5^2 - 4(-2)(3) =$
  $= 25 + 24 = 49 > 0$
- $x_1 = \frac{-5+7}{2(-2)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$
- $x_2 = \frac{-5-7}{2(-2)} = \frac{-12}{-4} = +3$

$- - - - \ 0 \ + + + + + + \ 0 \ - - - -$ $-2x^2+5x+3$

$-\frac{1}{2}$ 3

Altro esempio

Segno $x^2 - 64$

- $\Delta = 0^2 - 4(1)(-64) = +256 > 0$
- $x_1 = \frac{0-16}{2(1)} = -\frac{16}{2} = -8$
- $x_2 = \frac{0+16}{2(1)} = \frac{16}{2} = 8$

$+ + + + + + \ 0 \ - - - - - \ 0 \ + + + + + +$

-8 8

$(x^2-64) = (x-8)(x+8)$

l'eq. associata è $(x-8)(x+8)=0$

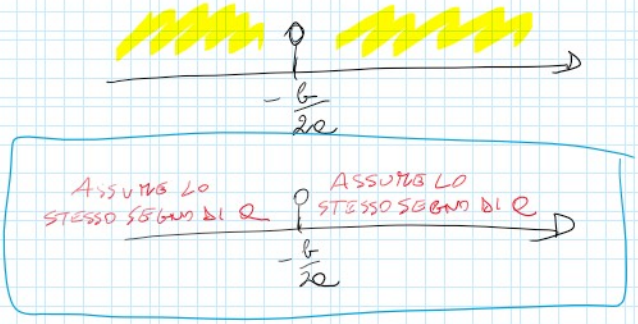
- $x = 8$
- $x = -8$

(c) $\Delta = 0$ l'eq. associata ha una UNICA SOLUZIONE

$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{\ldots}$ b

(c) $\Delta = 0$ l'eq. associata ha una UNICA SOLUZIONE

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$$



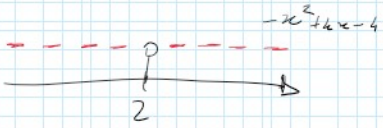
- $x = 8$
- $x = -8$

Segno

$-x^2 + 4x - 4$

$\Delta = 4^2 - 4(-1)(-4) = 16 - 16 = 0$

$x_1 = \frac{-4 \pm 0}{2(-1)} = \frac{-4}{-2} = +2$

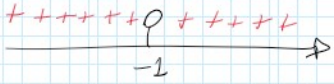


Segno

$0x^2 + 2x + 1$

$\Delta = 4 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$

$x_1 = \frac{-2 \pm 0}{2(1)} = \frac{-2}{2} = -1$



Per CASA

Studiare il segno di:

$-x + 2$; $-x(x+1)$; $-3x$;

$x^2 + 16$; $x^2 + 5x + 4$; $-3x^2 + x$;

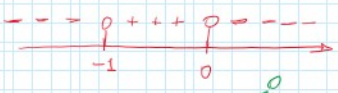
$(-2x+1)(x^2+x+1)$.

Segno!

$-x(x+1) \longrightarrow -x^2 - x$. $\Delta = (-1)^2 - 4(-1)(0) = 1 > 0$

$x=0$ $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$x_{1,2} = \frac{+1 \pm 1}{2(-1)} = \begin{cases} \frac{2}{-2} = -1 \\ \frac{0}{-2} = 0 \end{cases}$



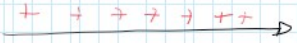
OK.

Segno $+x^2 + 16$

VIA FURBA $x^2 + 16$ ovviamente è > 0 perché $x^2 \geq 0$ aggiungo 16 quindi la somma è > 0

VIA MENO FURBA, OVVERO

$\Delta = 0^2 - 4(1)(16) = -64 < 0$



OSSERVAZIONI su alcuni Tipi di POLINOMI del 2° grado

$x^2 + a$; $x^2 - a$, con $a > 0$

$x^2 + 25$ $\qquad$ $x^2 - 16$

Per studiare le equazioni associate

$x^2 + 25$ non si usa il Δ, ma

$x^2 + 25 = 0$ CERTAMENTE NON HA SOLUZIONI PERCHÉ

x^2+25 non ha radici reali, infatti

$x^2+25=0$ CERTAMENTE NON HA SOLUZIONI PERCHÈ qualunque numero sostituito ad x è tale che $x^2 \geq 0$, poi aggiungo 25, quindi non può valere MAI 0 !!!

$x^2+25=0 \rightarrow x^2=-25$ MAI SOLUZIONI!

$x^2 \geq 0$ MAI VERIFICATA! < 0

Sbagliando $x^2=-25 \rightarrow x=\pm\sqrt{-25}=\pm 5$

Altro discorso sono $x^2-a=0$

$x^2-16=0 \longrightarrow x^2=+16 \iff x=\pm\sqrt{16} \quad (x=\pm 4)$

altro esempio

$x^2-5=0 \rightarrow x^2=5 \iff x=\pm\sqrt{5}$ $\quad x=\sqrt{5}$ sono le $x=-\sqrt{5}$ SOLUZIONI

Altra eq. di 2° grado per le quale si può NON usare il Δ

$ax^2+bx=0$

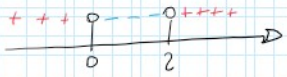
SI METTE IN EVIDENZA la x

$x(ax+b)=0$

(USANDO il P.A.P) $\Rightarrow x(ax+b)=0 \begin{cases} x=0 \\ ax+b=0 \rightarrow x=-\frac{b}{a} \end{cases}$

Studiare il segno di $3x^2-6x$

$\Delta = 6^2-4(3)^0=36-12$ ERRORE

PAP $\rightarrow x(3x-6) \begin{cases} x=0 \\ 3x-6=0 \rightarrow x=\frac{6}{3}=2 \end{cases}$

$0, 2$ $(\Rightarrow \Delta>0)$